

Hydraulische Formelsammlung



Verfasser: Houman Hatami

Tel.: +49-9352-18-1225

Fax: +49-9352-18-1293

houman.hatami@boschrexroth.de

INHALTSVERZEICHNIS

BEZIEHUNGEN ZWISCHEN EINHEITEN	4
WICHTIGE KENNWERTE VON DRUCKFLÜSSIGKEITEN	6
ALLGEMEINE HYDRAULISCHE BEZIEHUNGEN	7
KOLBENDRUCKKRAFT	7
KOLBENKRÄFTE	7
HYDRAULISCHE PRESSE	7
KONTINUITÄTSGLEICHUNG	8
KOLBENGESCHWINDIGKEIT	8
DRUCKÜBERSETZER	8
HYDRAULISCHE SYSTEMKOMPONENTE	9
HYDROPUMPE	9
HYDROMOTOR	9
<i>Hydromotor variabel</i>	10
<i>Hydromotor konstant</i>	11
<i>Hydromotoreigenfrequenz</i>	12
HYDROZYLINDER	13
<i>Differentialzylinder</i>	14
<i>Gleichgangzylinder</i>	15
<i>Zylinder in Differentialschaltung</i>	16
<i>Zylindereigenfrequenz bei Differentialzylinder</i>	17
<i>Zylindereigenfrequenz bei Gleichgangzylinder</i>	18
<i>Zylindereigenfrequenz bei Plungerzylinder</i>	19
ROHRLEITUNGEN	20
ANWENDUNGSBEISPIELE ZUR BESTIMMUNG DER ZYLINDERDRÜCKE UND VOLUMEN- STRÖME UNTER POS. UND NEG. LASTEN	21
DIFFERENTIALZYLINDER AUSFAHREND MIT POSITIVER LAST	22
DIFFERENTIALZYLINDER EINFAHREND MIT POSITIVER LAST	23
DIFFERENTIALZYLINDER AUSFAHREND MIT NEGATIVER LAST	24
DIFFERENTIALZYLINDER EINFAHREND MIT NEGATIVER LAST	25
DIFFERENTIALZYLINDER AUSFAHREND AUF EINER SCHIEFEN EBENE MIT POSITIVER LAST	26
DIFFERENTIALZYLINDER EINFAHREND AUF EINER SCHIEFEN EBENE MIT POSITIVER LAST	27
DIFFERENTIALZYLINDER AUSFAHREND AUF EINER SCHIEFEN EBENE MIT NEGATIVER LAST	28
DIFFERENTIALZYLINDER EINFAHREND AUF EINER SCHIEFEN EBENE MIT NEGATIVER LAST	29
HYDRAULIKMOTOR MIT EINER POSITIVEN LAST	30
HYDRAULIKMOTOR MIT EINER NEGATIVEN LAST	31
ERMITTLUNG DER REDUZierten MASSEN VERSCHIEDENE SYSTEMEN	32
LINEARE ANTRIEBE	33
<i>Primäranwendungen (Energimethode)</i>	33
<i>Punktmasse bei linearen Bewegungen</i>	35
<i>Verteilte Masse bei lineare Bewegungen</i>	36
ROTATION	37
KOMBIKATION AUS LINEARER UND ROTATORISCHER BEWEGUNG	38
HYDRAULISCHE WIDERSTÄNDE	39
BLENDENGLEICHUNG	39
DROSSELGLEICHUNG	39

HYDROSPEICHER	40
WÄRMETAUSCHER (ÖL-WASSER)	41
AUSLEGUNG EINES VENTILS.....	43

Beziehungen zwischen Einheiten

Größe	Einheit	Symbol	Beziehung
Längen	Mikrometer	μm	$1\mu\text{m} = 0,001\text{mm}$
	Millimeter	mm	$1\text{mm} = 0,1\text{cm} = 0,01\text{dm} = 0,001\text{m}$
	Zentimeter	cm	$1\text{cm} = 10\text{mm} = 10.000\mu\text{m}$
	Dezimeter	dm	$1\text{dm} = 10\text{cm} = 100\text{mm} = 100.000\mu\text{m}$
	Meter	m	$1\text{m} = 10\text{dm} = 100\text{cm} = 1.000\text{mm} = 1.000.000\mu\text{m}$
	Kilometer	km	$1\text{km} = 1.000\text{m} = 100.000\text{cm} = 1.000.000\text{mm}$
Flächen	Quadratcentimeter	cm^2	$1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2$
	Quadratdezimeter	dm^2	$1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2 = 10.000\text{mm}^2$
	Quadratmeter	m^2	$1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2 = 10.000\text{cm}^2 = 1.000.000\text{mm}^2$
	Ar	a	$1\text{a} = 100\text{m}^2$
	Hektar	ha	$1\text{ha} = 100\text{a} = 10.000\text{m}^2$
	Quadratkilometer	km^2	$1\text{km}^2 = 100\text{ha} = 10.000\text{a} = 1.000.000\text{m}^2$
Volumen	Kubikcentimeter	cm^3	$1\text{cm}^3 = 1.000\text{mm}^3 = 1\text{ml} = 0,001\text{l}$
	Kubikdezimeter	dm^3	$1\text{dm}^3 = 1.000\text{cm}^3 = 1.000.000\text{mm}^3$
	Kubikmeter	m^3	$1\text{m}^3 = 1.000\text{dm}^3 = 1.000.000\text{cm}^3$
	Milliliter	ml	$1\text{ml} = 0,001\text{l} = 1\text{cm}^3$
	Liter	l	$1\text{l} = 1.000\text{ml} = 1\text{dm}^3$
	Hektoliter	hl	$1\text{hl} = 100\text{l} = 100\text{dm}^3$
Dichte	Gramm/ Kubikcentimeter	$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1\frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 1\frac{\text{g}}{\text{ml}}$
Kraft Gewichtskraft	Newton	N	$1\text{N} = 1\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1\frac{\text{J}}{\text{m}}$
			$1\text{daN} = 10\text{N}$
Drehmoment	Newtonmeter	Nm	$1\text{Nm} = 1\text{J}$
Druck	Pascal	Pa	$1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2 = 0,01\text{mbar} = \frac{1\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$
	Bar	Bar	
	$\text{psi} = \frac{\text{pound}}{\text{inch}^2}$	Psi	$1\text{bar} = 10\frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 100.000\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 10^5\text{Pa}$
	$\frac{\text{kp}}{\text{cm}^2}$		$1\text{psi} = 0,06895\text{bar}$ $1\frac{\text{kp}}{\text{cm}^2} = 0,981\text{bar}$

Formelsammlung Hydraulik

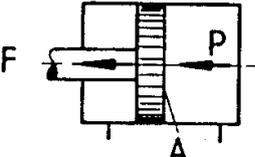
Masse	Milligramm	mg	1mg = 0,001g
	Gramm	g	1g = 1.000mg
	Kilogramm	kg	1kg = 1000g = 1.000.000 mg
	Tonne	t	1t = 1000kg = 1.000.000g
	Megagramm	Mg	1Mg = 1t
Beschleunigung	Meter/	$\frac{m}{s^2}$	$1\frac{m}{s^2} = 1\frac{N}{kg}$
	Sekundenquadrat		1g = 9,81 m/s ²
Winkel- geschwindigkeit	Eins/ Sekunde	$\frac{1}{s}$	$\omega = 2\pi \cdot n$ n in 1/s
	Radiant/ Sekunde	$\frac{rad}{s}$	
Leistung	Watt	W	$1W = 1\frac{Nm}{s} = 1\frac{J}{s} = 1\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{m}{s}$
	Newtonmeter/ Sekunde	Nm/s	
	Joule/ Sekunde	J/s	
Arbeit/ Energie	Wattsekunde	Ws	1Ws = 1Nm = 1 $\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot m = 1J$
Wärmemenge	Newtonmeter	Nm	
	Joule	J	
	Kilowattstunde	kWh	1kWh = 1.000 Wh = 1000•3600Ws = 3,6•10 ⁶ Ws
	Kilojoule	kJ	= 3,6•10 ³ kJ = 3600kJ = 3,6MJ
	Megajoule	MJ	
Mechanische- Spannung	Newton/	$\frac{N}{mm^2}$	$1\frac{N}{mm^2} = 10bar = 1MPa$
	Millimeterquadrat		
Ebener- Winkel	Sekunde	''	1'' = 1'/60
	Minute	'	1' = 60''
	Grad	°	1° = 60' = 3600'' = $\frac{\pi}{180^\circ}$ rad
	Radiant	rad	1rad = 1m/m = 57,2957° 1rad = 180°/π
Drehzahl	Eins/Sekunde	1/s	$\frac{1}{s} = s^{-1} = 60min^{-1}$
	Eins/Minute	1/min	$\frac{1}{min} = min^{-1} = \frac{1}{60s}$

Wichtige Kennwerte von Druckflüssigkeiten

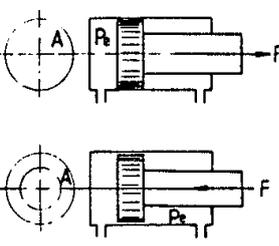
	HLP	HFC	HFA (3%)	HFD
Dichte bei 20°C [kg/m ³]	880	1085	1000	925
Kinematische Viskosität bei 40°C [mm ² /s]	10-100	36-50	0,7	15-70
Kompressions Modul E bei 50°C [Bar]	12000-14000	20400-23800	15000- 17500	18000- 21000
Spezifische Wärme bei 20°C [kJ/kgK]	2,1	3,3	4,2	1,3-1,5
Wärmeleitfähigkeit bei 20°C [W/mK]	0,14	0,4	0,6	0,11
Optimale Temperaturen [°C]	40-50	35-50	35-50	35-50
Wassergehalt [%]	0	40-50	80-97	0
Kavitationsneigung	gering	stark	Sehr stark	gering

Allgemeine hydraulische Beziehungen

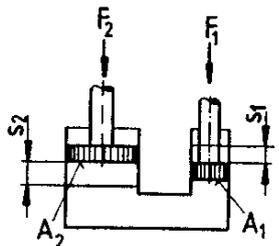
Kolbendruckkraft

Abbildung	Gleichung / Gleichungsumstellung	Formelzeichen / Einheiten
	$F = 10 \cdot p \cdot A$ $F = p \cdot A \cdot \eta \cdot 10$ $A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$ $d = \sqrt{\frac{4 \cdot F \cdot 0,1}{\pi \cdot p}}$ $p = 0,1 \cdot \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2}$	<p>F = Kolbendruckkraft[N] p = Flüssigkeitsdruck[bar] A = Kolbenfläche[cm²] d = Kolbendurchmesser[cm] η = Wirkungsgrad Zylinder</p>

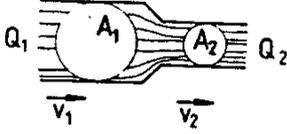
Kolbenkräfte

Abbildung	Gleichung / Gleichungsumstellung	Formelzeichen / Einheiten
	$F = p_e \cdot A \cdot 10$ $F = p_e \cdot A \cdot \eta \cdot 10$ $A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$ <p>A Für Kreisringfläche:</p> $A = \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4}$	<p>F = Kolbendruckkraft[N] p_e = Überdruck auf den Kolben[bar] A = Wirksame Kolbenfläche[cm²] d = Kolbendurchmesser[cm] η = Wirkungsgrad Zylinder</p>

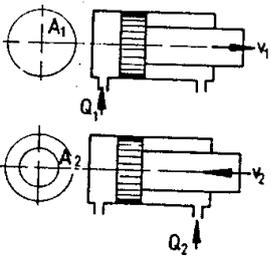
Hydraulische Presse

Abbildung	Gleichung / Gleichungsumstellung	Formelzeichen / Einheiten
	$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$ $F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$ $\varphi = \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{s_2}{s_1}$	<p>F₁ = Kraft am Pumpenkolben[N] F₂ = Kraft am Arbeitskolben[N] A₁ = Fläche des Pumpenkolbens [cm²] A₂ = Fläche des Arbeitskolbens [cm²] s₁ = Weg des Pumpenkolbens [cm] s₂ = Weg des Arbeitskolbens [cm] φ = Übersetzungsverhältnis</p>

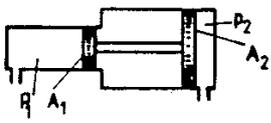
Kontinuitätsgleichung

Abbildung	Gleichung / Gleichungsumstellung	Formelzeichen / Einheiten
	$Q_1 = Q_2$ $Q_1 = A_1 \cdot v_1$ $Q_2 = A_2 \cdot v_2$ $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$	<p>$Q_{1,2}$ = Volumenströme [cm³/s, dm³/s, m³/s] $A_{1,2}$ = Querschnittsflächen [cm², dm², m²] $v_{1,2}$ = Strömungsgeschwindigkeiten [cm/s, dm/s, m/s]</p>

Kolbengeschwindigkeit

Abbildung	Gleichung / Gleichungsumstellung	Formelzeichen / Einheiten
	$v_1 = \frac{Q_1}{A_1}$ $v_2 = \frac{Q_2}{A_2}$ $A_1 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$ $A_2 = \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4}$	<p>$v_{1,2}$ = Kolbengeschwindigkeit [cm/s] $Q_{1,2}$ = Volumenstrom [cm³/s] A_1 = Wirksame Kolbenfläche (Kreis) [cm²] A_2 = Wirksame Kolbenfläche (ring) [cm²]</p>

Druckübersetzer

Abbildung	Gleichung / Gleichungsumstellung	Formelzeichen / Einheiten
	$p_1 \cdot A_1 = p_2 \cdot A_2$	<p>p_1 = Druck im kleinen Zylinder [bar] A_1 = Kolbenfläche [cm²] p_2 = Druck am großen Zylinder [bar] A_2 = Kolbenfläche [cm²]</p>

Hydraulische Systemkomponente

Hydropumpe

$$Q = \frac{V \cdot n \cdot \eta_{\text{vol}}}{1000} \text{ [l/min]}$$

$$P_{\text{an}} = \frac{p \cdot Q}{600 \cdot \eta_{\text{ges}}} \text{ [kW]}$$

$$M = \frac{1,59 \cdot V \cdot \Delta p}{100 \cdot \eta_{\text{mh}}} \text{ [Nm]}$$

$$\eta_{\text{ges}} = \eta_{\text{vol}} \cdot \eta_{\text{mh}}$$

Q = Volumenstrom [l/min]

V = Nennvolumen [cm³]

n = Antriebsdrehzahl der Pumpe [min⁻¹]

P_{an} = Antriebsleistung [kW]

p = Betriebsdruck [bar]

M = Antriebsmoment [Nm]

η_{ges} = Gesamtwirkungsgrad (0,8-0,85)

η_{vol} = volumetr. Wirkungsgrad (0,9-0,95)

η_{mh} = hydr.-mechanischer Wirkungsgrad(0,9-0,95)

Hydromotor

$$Q = \frac{V \cdot n}{1000 \cdot \eta_{\text{vol}}}$$

$$n = \frac{Q \cdot \eta_{\text{vol}} \cdot 1000}{V}$$

$$M_{\text{ab}} = \frac{\Delta p \cdot V \cdot \eta_{\text{mh}}}{20 \cdot \pi} = 1,59 \cdot V \cdot \Delta p \cdot \eta_{\text{mh}} \cdot 10^{-2}$$

$$P_{\text{ab}} = \frac{\Delta p \cdot Q \cdot \eta_{\text{ges}}}{600}$$

Q = Volumenstrom [l/min]

V = Nennvolumen [cm³]

n = Antriebsdrehzahl der Pumpe [min⁻¹]

η_{ges} = Gesamtwirkungsgrad (0,8-0,85)

η_{vol} = volumetr. Wirkungsgrad (0,9-0,95)

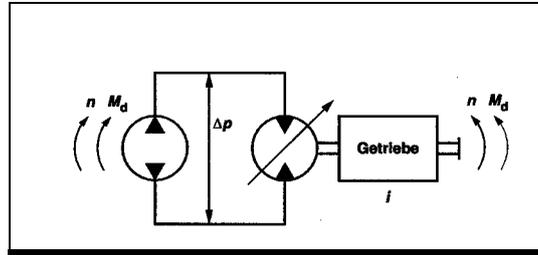
η_{mh} = hydr.-mechanischer Wirkungsgrad
(0,9-0,95)

Δp = druckdifferenz zwischen Eingang und
Ausgang des Motors [bar]

P_{ab} = Abtriebsleistung des Motors [kW]

M_{ab} = Abtriebsdrehmoment [Nm]

Hydromotor variabel



$$M_d = \frac{30000}{\pi} \cdot \frac{P}{n}$$

$$P = \frac{\pi}{30000} \cdot M_d \cdot n$$

$$n = \frac{30000}{\pi} \cdot \frac{P}{M_d}$$

$$M_d = \frac{M_{dmax}}{i \cdot \eta_{Getr}}$$

$$n = \frac{n_{max}}{i}$$

$$\Delta p = 20\pi \cdot \frac{M_d}{V_g \cdot \eta_{mh}}$$

$$Q = \frac{V_g \cdot n}{1000 \cdot \eta_{vol}}$$

$$Q_p = \frac{V_g \cdot n \cdot \eta_{vol}}{1000}$$

$$P = \frac{Q \cdot \Delta p}{600 \cdot \eta_{ges}}$$

M_d = Drehmoment [Nm]

P = Leistung [kW]

n = Drehzahl [min^{-1}]

M_{dmax} = Drehmoment max [Nm]

i = Getriebeübersetzung

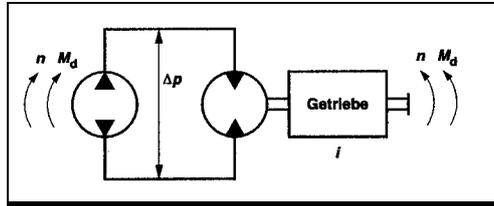
η_{Getr} = Getriebewirkungsgrad

η_{mh} = Mech./Hydr. Wirkungsgrad

η_{vol} = Vol. Wirkungsgrad

V_g = Fördervolumen [cm^3]

Hydromotor konstant



$$M_d = \frac{30000}{\pi} \cdot \frac{P}{n}$$

$$P = \frac{\pi}{30000} \cdot M_d \cdot n$$

$$n = \frac{30000}{\pi} \cdot \frac{P}{M_d}$$

$$M_d = \frac{M_{dmax}}{i \cdot \eta_{Getr}}$$

$$n = \frac{n_{max}}{i}$$

$$\Delta p = 20\pi \cdot \frac{M_d}{V_g \cdot \eta_{mh}}$$

$$Q = \frac{V_g \cdot n}{1000 \cdot \eta_{vol}}$$

$$Q_p = \frac{V_g \cdot n \cdot \eta_{vol}}{1000}$$

$$P = \frac{Q \cdot \Delta p}{600 \cdot \eta_{ges}}$$

M_d = Drehmoment [Nm]

P = Leistung [kW]

n = Drehzahl [min^{-1}]

M_{dmax} = Drehmoment max [Nm]

i = Getriebeübersetzung

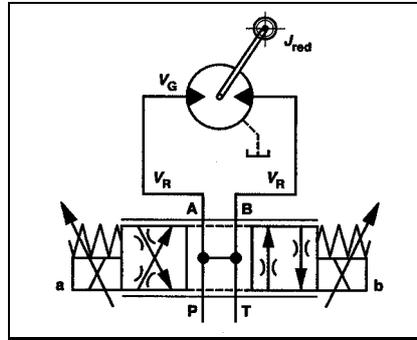
η_{Getr} = Getriebewirkungsgrad

η_{mh} = Mech./Hydr. Wirkungsgrad

η_{vol} = Vol. Wirkungsgrad

V_g = Fördervolumen [cm^3]

Hydromotoreigenfrequenz



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{J_{\text{red}}} \cdot \frac{\left(\frac{V_G}{2\pi}\right)^2}{\left(-\frac{V_G}{2} + V_R\right)}}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

V_G = Schluckvolumen [cm³]

ω_0 = Eigenkreisfrequenz [1/s]

f_0 = Eigenfrequenz [Hz]

J_{red} = Trägheitsmoment red. [kgm²]

$E_{\text{öl}}$ = 1400 N/mm²

V_R = Volumen der Leitung [cm³]

Hydrozylinder

$$A = \frac{d_1^2 \cdot \pi}{400} = \frac{d_1^2 \cdot 0,785}{100} [\text{cm}^2]$$

$$A_{st} = \frac{d_2^2 \cdot 0,785}{100} [\text{cm}^2]$$

$$A_R = \frac{(d_1^2 - d_2^2) \cdot 0,785}{100} [\text{cm}^2]$$

$$F_D = \frac{p \cdot d_1^2 \cdot 0,785}{10000} [\text{kN}]$$

$$F_z = \frac{p \cdot (d_1^2 - d_2^2) \cdot 0,785}{10000} [\text{kN}]$$

$$v = \frac{h}{t \cdot 1000} = \frac{Q}{A \cdot 6} [\text{m/s}]$$

$$Q_{th} = 6 \cdot A \cdot v = \frac{V}{t} \cdot 60 [\text{l/min}]$$

$$Q = \frac{Q_{th}}{\eta_{vol.}}$$

$$V = \frac{A \cdot h}{10000} [\text{l}]$$

$$t = \frac{A \cdot h \cdot 6}{Q \cdot 1000} [\text{s}]$$

d_1 = Kolbendurchmesser [mm]

d_2 = Kolbenstangendurchmesser [mm]

p = Betriebsdruck [bar]

v = Hubgeschwindigkeit [m/s]

V = Hubvolumen [l]

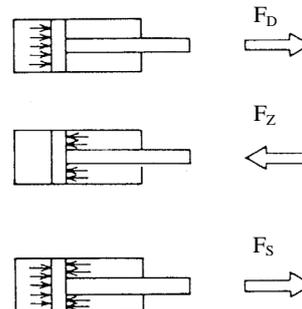
Q = Volumenstrom mit Berücksichtigung der Leckagen [l/min]

Q_{th} = Volumenstrom ohne Berücksichtigung der Leckagen [l/min]

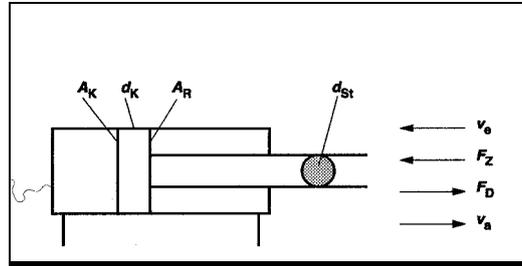
η_{vol} = volumetrischer Wirkungsgrad (ca. 0,95)

h = Hub [mm]

t = Hubzeit [s]



Differentialzylinder



$$d_K = 100 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot F_D}{\pi \cdot p_K}}$$

$$p_K = \frac{4 \cdot 10^4 \cdot F_D}{\pi \cdot d_K^2}$$

$$p_{St} = \frac{4 \cdot 10^4 \cdot F_Z}{\pi \cdot (d_K^2 - d_{St}^2)}$$

$$\varphi = \frac{d_K^2}{(d_K^2 - d_{St}^2)}$$

$$Q_K = \frac{6 \cdot \pi}{400} \cdot v_a \cdot d_K^2$$

$$Q_{St} = \frac{6 \cdot \pi}{400} \cdot v_e \cdot (d_K^2 - d_{St}^2)$$

$$v_e = \frac{Q_{St}}{\frac{6\pi}{400} \cdot (d_K^2 - d_{St}^2)}$$

$$v_a = \frac{Q_K}{\frac{6\pi}{400} \cdot d_K^2}$$

$$Vol_p = \frac{\pi}{4 \cdot 10^6} \cdot d_{St}^2 \cdot h$$

$$Vol_F = \frac{\pi}{4 \cdot 10^6} \cdot h \cdot (d_K^2 - d_{St}^2)$$

d_K = Kolbendurchmesser [mm]

d_{St} = Stangendurchmesser [mm]

F_D = Druckkraft [kN]

F_Z = Zugkraft [kN]

p_K = Druck auf der Kolbenseite [bar]

φ = Flächenverhältnis

Q_K = Volumenstrom Kolbenseite [l/min]

Q_{St} = Volumenstrom Stangenseite [l/min]

v_a = Ausfahrgeschwindigkeit [m/s]

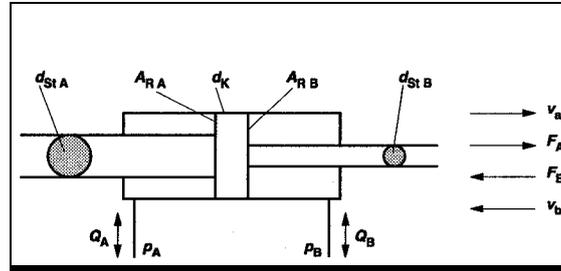
v_e = Einfahrgeschwindigkeit [m/s]

Vol_p = Pendelvolumen [l]

Vol_F = Füllvolumen [l]

h = Hub [mm]

Gleichgangzylinder



$$p_A = \frac{4 \cdot 10^4}{\pi} \cdot \frac{F_A}{(d_K^2 - d_{StA}^2)}$$

$$p_B = \frac{4 \cdot 10^4}{\pi} \cdot \frac{F_B}{(d_K^2 - d_{StB}^2)}$$

$$Q_A = \frac{6 \cdot \pi}{400} \cdot v_a \cdot (d_K^2 - d_{StA}^2)$$

$$Q_B = \frac{6 \cdot \pi}{400} \cdot v_b \cdot (d_K^2 - d_{StB}^2)$$

$$v_e = \frac{Q_{St}}{\frac{6\pi}{400} \cdot (d_K^2 - d_{St}^2)}$$

$$v_a = \frac{Q_K}{\frac{6\pi}{400} \cdot d_K^2}$$

$$Vol_p = \frac{\pi}{4 \cdot 10^6} \cdot d_{St}^2 \cdot h$$

$$Vol_{FA} = \frac{\pi}{4 \cdot 10^6} \cdot h \cdot (d_K^2 - d_{StA}^2)$$

$$Vol_{FB} = \frac{\pi}{4 \cdot 10^6} \cdot h \cdot (d_K^2 - d_{StB}^2)$$

d_K = Kolbendurchmesser [mm]

d_{StA} = Stangendurchmesser A-Seite [mm]

d_{StB} = Stangendurchmesser B-Seite [mm]

F_A = Kraft A [kN]

F_B = Kraft B [kN]

p_A = Druck auf der A-Seite [bar]

p_B = Druck auf der B-Seite [bar]

Q_A = Volumenstrom A-Seite [l/min]

Q_B = Volumenstrom B-Seite [l/min]

v_a = Geschwindigkeit a [m/s]

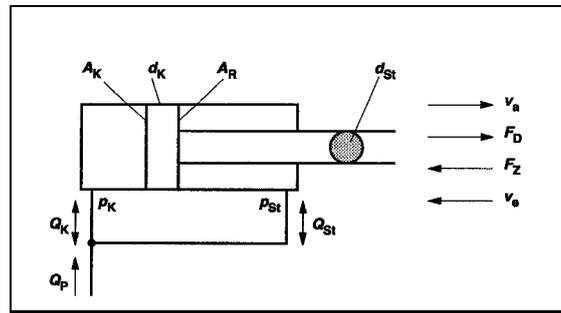
v_b = Geschwindigkeit b [m/s]

Vol_p = Pendelvolumen [l]

Vol_{FA} = Füllvolumen A [l]

Vol_{FB} = Füllvolumen B [l]

Zylinder in Differentialschaltung



$$d_{st} = 100 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot F_D}{\pi \cdot p_{St}}}$$

$$p_K = \frac{4 \cdot 10^4 \cdot F_D}{\pi \cdot d_{St}^2}$$

$$p_{St} = \frac{4 \cdot 10^4 \cdot F_Z}{\pi \cdot (d_K^2 - d_{St}^2)}$$

$$Q = \frac{6 \cdot \pi}{400} \cdot v_a \cdot d_{St}^2$$

Ausfahren:

$$v_a = \frac{Q_P}{\frac{6\pi}{400} \cdot d_{St}^2}$$

$$Q_K = \frac{Q_P \cdot d_K^2}{d_{St}^2}$$

$$Q_{St} = \frac{Q_P \cdot (d_K^2 - d_{St}^2)}{d_{St}^2}$$

Einfahren:

$$v_e = \frac{Q_P}{\frac{6\pi}{400} \cdot (d_K^2 - d_{St}^2)}$$

$$Q_{St} = Q_P$$

$$Q_K = \frac{Q_P \cdot d_K^2}{(d_K^2 - d_{St}^2)}$$

$$Vol_p = \frac{\pi}{4 \cdot 10^6} \cdot d_{St}^2 \cdot h$$

$$Vol_F = \frac{\pi}{4 \cdot 10^6} \cdot h \cdot (d_K^2 - d_{St}^2)$$

d_K = Kolbendurchmesser [mm]

d_{St} = Stangendurchmesser [mm]

F_D = Druckkraft [kN]

F_Z = Zugkraft [kN]

p_K = Druck auf der Kolbenseite [bar]

p_{St} = Druck auf der Stangenseite [bar]

h = Hub [mm]

Q_K = Volumenstrom Kolbenseite [l/min]

Q_{St} = Volumenstrom Stangenseite [l/min]

Q_P = Pumpenförderstrom [l/min]

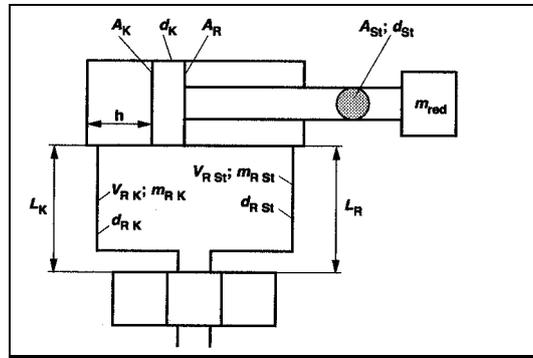
v_a = Ausfahrgeschwindigkeit [m/s]

v_e = Einfahrgeschwindigkeit [m/s]

Vol_p = Pendelvolumen [l]

Vol_F = Füllvolumen [l]

Zylindereigenfrequenz bei Differentialzylinder



$$A_K = \frac{d_K^2 \pi}{4}$$

$$A_R = \frac{(d_K^2 - d_{St}^2) \pi}{4}$$

$$V_{RK} = \frac{d_{RK}^2 \pi}{4} \cdot \frac{L_K}{1000}$$

$$V_{RSt} = \frac{d_{RSt}^2 \pi}{4} \cdot \frac{L_{St}}{1000}$$

$$m_{RK} = \frac{V_{RK} \cdot \rho_{\ddot{o}}}{1000}$$

$$m_{RSt} = \frac{V_{RSt} \cdot \rho_{\ddot{o}l}}{1000}$$

$$h_k = \frac{\left(\frac{A_R \cdot h}{\sqrt{A_R^3}} + \frac{V_{RSt}}{\sqrt{A_R^3}} - \frac{V_{RK}}{\sqrt{A_K^3}} \right)}{\left(\frac{1}{\sqrt{A_R}} + \frac{1}{\sqrt{A_K}} \right)}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{m} \cdot \left(\frac{A_K^2 \cdot E_{\ddot{o}l}}{A_K \cdot h_k + V_{RK}} + \frac{A_R^2 \cdot E_{\ddot{o}l}}{A_R \cdot (h - h_k) + V_{RSt}} \right)}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$m_{\ddot{o}lred} = m_{RK} \left(\frac{d_K}{d_{RK}} \right)^4 + m_{RSt} \left(\frac{1}{d_{RSt}} \sqrt{\frac{400 \cdot A_R}{\pi}} \right)$$

A_K = Kolbenfläche [cm²]

A_R = Kolbenringfläche [cm²]

d_K = Kolbendurchmesser [mm]

d_{St} = Kolbenstangendurchmesser [mm]

d_{RK} = NW- Kolbenseite [mm]

L_K = Länge Kolbenseite [mm]

d_{RSt} = NW-Stangenseite [mm]

L_{St} = Länge Stangenseite [mm]

h = Hub [cm]

V_{RK} = Volumen der Leitung Kolbenseite [cm³]

V_{RSt} = Volumen der Leitung Stangenseite [cm³]

m_{RK} = Masse des Öles in der Leitung
Kolbenseite [kg]

m_{RSt} = Masse des Öles in der Leitung
Stangenseite [kg]

h_k = Position bei minimaler Eigenfrequenz
[cm]

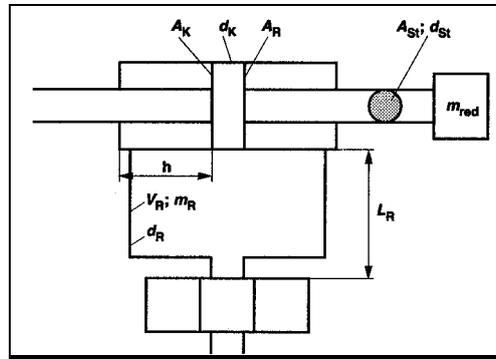
f_0 = Eigenfrequenz [Hz]

ω_0 = Kreisfrequenz

$$\omega_{01} = \omega_0 \cdot \sqrt{\frac{m_{red}}{m_{\ddot{o}lred} + m_{red}}}$$

$$f_{01} = \frac{\omega_{01}}{2\pi}$$

Zylindereigenfrequenz bei Gleichgangzylinder



$$A_R = \frac{(d_K^2 - d_{St}^2) \pi}{4 \cdot 100}$$

$$V_R = \frac{d_{RK}^2 \pi}{4} \cdot \frac{L_K}{1000}$$

$$m_R = \frac{V_R \cdot \rho_{\text{öl}}}{1000}$$

$$\omega_0 = 100 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{öl}}}{m_{\text{red}}} \cdot \left(\frac{A_R^2}{\frac{A_R \cdot h}{10} + V_{RSt}} \right)}$$

A_R = Kolbenringfläche [cm²]

d_K = Kolbendurchmesser [mm]

d_{St} = Kolbenstangendurchmesser [mm]

d_R = NW [mm]

L_K = Länge Kolbenseite [mm]

h = Hub [mm]

V_R = Volumen der Leitung [cm³]

m_R = Masse des Öles in der Leitung [kg]

f_0 = Eigenfrequenz

ω_0 = Kreisfrequenz

Gleichung gilt nur für die Mittelstellung des Gleichgangzylinders

Eigenfrequenz einer beliebigen Position kann mit der Gleichung für den Differenzialzylinder berechnet werden (wie auf der Seite 17 jedoch $A_K=A_R$)

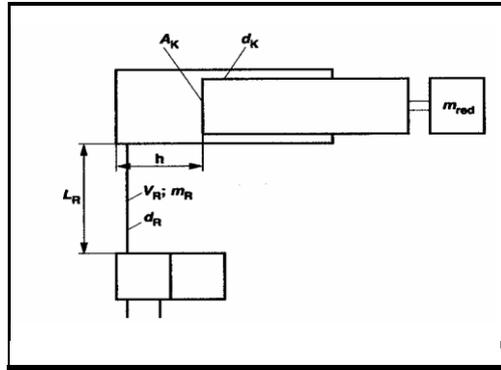
$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$m_{\text{ölred}} = 2 \cdot m_{RK} \left(\frac{1}{d_R} \sqrt{\frac{400 \cdot A_R}{\pi}} \right)^4$$

$$\omega_{01} = \omega_0 \cdot \sqrt{\frac{m_{\text{red}}}{m_{\text{ölred}} + m_{\text{red}}}}$$

$$f_{01} = \frac{\omega_{01}}{2\pi}$$

Zylindereigenfrequenz bei Plungerzylinder



$$A_K = \frac{d_K^2 \pi}{4}$$

$$V_R = \frac{d_K^2 \pi}{4} \cdot \frac{L_K}{1000}$$

$$m_R = \frac{V_R \cdot \rho_{\text{öl}}}{1000}$$

$$\omega_0 = 100 \cdot \sqrt{\frac{E_{\text{öl}}}{m_{\text{red}}} \cdot \left(\frac{A_K^2}{A_K \cdot h + V_{RSt}} \right)}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$m_{\text{öfred}} = 2 \cdot m_R \left(\frac{d_K}{d_R} \right)^4$$

$$\omega_{01} = \omega_0 \cdot \sqrt{\frac{m_{\text{red}}}{m_{\text{öfred}} + m_{\text{red}}}}$$

$$f_{01} = \frac{\omega_{01}}{2\pi}$$

A_K = Kolbenfläche [cm²]

d_K = Kolbendurchmesser [mm]

d_R = Durchmesser Rohrleitung [mm]

L_K = Länge Kolbenseite [mm]

L_R = Leitungslänge [mm]

h = Hub [mm]

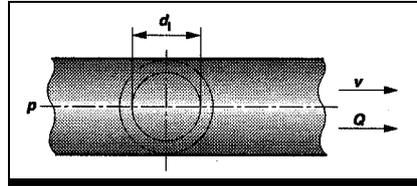
V_R = Volumen der Leitung [cm³]

M_R = Masse des Öles in der Leitung [kg]

f_0 = Eigenfrequenz

ω_0 = Kreisfrequenz

Rohrleitungen



$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{l \cdot \rho \cdot v^2 \cdot 10}{d \cdot 2}$$

$$\lambda_{\text{lam.}} = \frac{64}{\text{Re}}$$

$$\lambda_{\text{turb.}} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{\text{Re}}}$$

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} \cdot 10^3$$

$$v = \frac{Q}{6 \cdot d^2 \cdot \frac{\pi}{4}} \cdot 10^2$$

$$d = \sqrt{\frac{400 \cdot Q}{6 \cdot \pi \cdot v}}$$

Δp = Druckverlust bei gerader Rohrleitung [bar]

ρ = Dichte [kg/dm³] (0,89)

λ = Rohrreibungszahl

$\lambda_{\text{lam.}}$ = Rohrreibungszahl für laminare Strömung

$\lambda_{\text{turb.}}$ = Rohrreibungszahl für turbulente Strömung

l = Leitungslänge [m]

v = Strömungsgeschwindigkeit in der Leitung [m/s]

d = Innendurchmesser der Rohrleitung [mm]

ν = Kinematischer Viskosität [mm²/s]

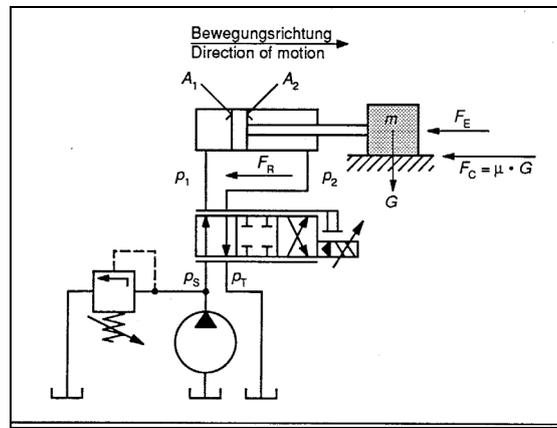
Q = Volumenstrom in der Rohrleitung [l/min]

Anwendungsbeispiele zur Bestimmung der Zylinderdrücke und Volumenströme unter pos. und neg. Lasten

Nomenklatur

Parameter	Symbolik	Einheiten
Beschleunigung / Verzögerung	A	m/s^2
Zylinderfläche	A_1	cm^2
Ringfläche	A_2	cm^2
Flächenverhältnis	$\varphi = A_1/A_2$	-
Gesamtkraft	F_T	daN
Beschleunigungskraft	$F_a = 0,1 \cdot m \cdot a$	daN
Äußere Kräfte	F_E	daN
Reibkräfte (Coulombsche Reibung)	F_C	daN
Dichtungsreibung	F_R	daN
Gewichtskraft	G	daN
Masse	$m = \frac{G}{g} + m_K$	kg
Kolbenmasse	m_K	kg
Volumenstrom	$Q = 0,06 \cdot A \cdot v_{max}$ v_{max}	l/min cm/s
Drehmoment	$T = \alpha \cdot J + T_L$	Nm
Lastmoment	T_L	Nm
Winkelbeschleunigung	α	rad/s^2
Massenträgheitsmoment	J	kgm^2

Differentialzylinder ausfahrend mit positiver Last



Auslegung:

$$F_T = F_a + F_R + F_C + F_E \quad [\text{daN}]$$

Gegebene Parameter

$$F_T = 4450 \text{ daN}$$

$$P_S = 210 \text{ bar}$$

$$P_T = 5,25 \text{ bar}$$

$$A_1 = 53,50 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 38,10 \text{ cm}^2$$

$$\varphi = 1,40$$

$$v_{\text{max}} = 30,00 \text{ cm/s}$$

$$\Rightarrow p_1 \text{ und } p_2$$

$$p_1 = \frac{p_s A_2 + R^2 [F_T + (p_T A_2)]}{A_2 (1 + \varphi^3)} \text{ bar}$$

$$p_2 = p_T + \frac{p_s - p_1}{\varphi^2} \text{ bar}$$

Überprüfung der Zylinderdimensionierung und Berechnung des Nennvolumenstromes Q_N , in Abhängigkeit des Lastdruckes p_1 .

$$Q = 0,06 \cdot A_1 \cdot v_{\text{max}} \quad \text{l/min}$$

$$Q_N = Q \sqrt{\frac{35}{p_s - p_1}} \quad \text{l/min}$$

Auswahl eines Servoventils 10% größer als berechnete Nennvolumenstrom.

Berechnung:

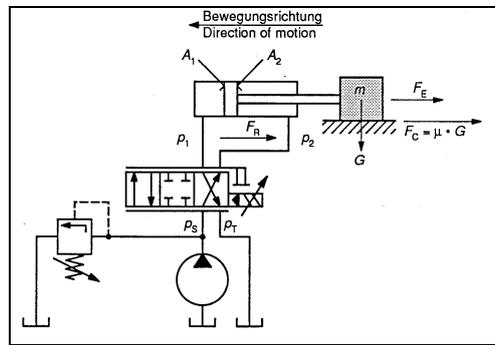
$$p_1 = \frac{210 \cdot 38,1 + 1,4^2 [4450 + (5,25 \cdot 38,1)]}{38,1(1 + 1,4^3)} = 120 \text{ bar}$$

$$p_2 = 5,25 + \frac{210 - 120}{1,4^2} = 52 \text{ bar}$$

$$Q = 0,06 \cdot 53,5 \cdot 30 = 96 \text{ l/min}$$

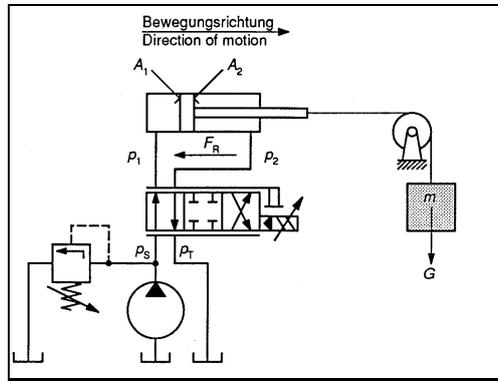
$$Q_N = 96 \sqrt{\frac{35}{210 - 120}} = 60 \text{ l/min}$$

Differentialzylinder einfahrend mit positiver Last



<p>Auslegung:</p>	<p>Berechnung:</p>
<p>$F_T = F_a + F_R + F_C + F_E$ [daN]</p>	<p>$p_2 = \frac{(210 \cdot 38,1 \cdot 1,4^2) + 4450 + (5,25 \cdot 38,1 \cdot 1,4)}{38,1(1 + 1,4^3)} = 187 \text{ bar}$</p> <p>$p_1 = 5,25 + [(210 - 187) \cdot 1,4^2] = 52 \text{ bar}$</p>
<p>Gegebene Parameter</p>	<p>$Q = 0,06 \cdot 38,1 \cdot 30 = 69 \text{ l/min}$</p>
<p>$F_T = 4450 \text{ daN}$ $P_S = 210 \text{ bar}$ $P_T = 5,25 \text{ bar}$ $A_1 = 53,50 \text{ cm}^2$ $A_2 = 38,10 \text{ cm}^2$ $\varphi = 1,40$ $v_{\max} = 30,00 \text{ cm/s}$ $\Rightarrow p_1 \text{ und } p_2$</p> <p>$p_2 = \frac{(p_s A_2 \varphi^3) + F_T + (p_T A_2 \varphi)}{A_2 (1 + \varphi^3)} \text{ bar}$</p> <p>$p_1 = p_T + [(p_s - p_2) \varphi^2] \text{ bar}$</p> <p>Überprüfung der Zylinderdimensionierung und Berechnung des Nennvolumenstromes Q_N, in Abhängigkeit des Lastdruckes p_1.</p>	<p>$Q_N = 96 \sqrt{\frac{35}{210 - 187}} = 841 \text{ l/min}$</p>
<p>$Q = 0,06 \cdot A_2 \cdot v_{\max} \text{ l/min}$</p>	
<p>$Q_N = Q \sqrt{\frac{35}{p_s - p_2}} \text{ l/min}$</p>	
<p>Auswahl eines Servoventils 10% größer als der berechnete Nennvolumenstrom.</p>	

Differentialzylinder ausfahrend mit negativer Last



Auslegung:

$$F_T = F_a + F_R \cdot G \quad [\text{daN}]$$

Gegebene Parameter

$$F_T = -2225 \text{ daN}$$

$$P_S = 175 \text{ bar}$$

$$P_T = 0 \text{ bar}$$

$$A_1 = 81,3 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 61,3 \text{ cm}^2$$

$$\varphi = 1,3$$

$$v_{\text{max}} = 12,7 \text{ cm/s}$$

==> p_1 und p_2

$$p_1 = \frac{p_S A_2 + \varphi^2 [F_T + (p_T A_2)]}{A_2 (1 + \varphi^3)} \text{ bar}$$

$$p_2 = p_T + \frac{p_S - p_1}{\varphi^2} \text{ bar}$$

Überprüfung der Zylinderdimensionierung und Berechnung des Nennvolumenstromes Q_N , in Abhängigkeit des Lastdruckes p_1 .

$$Q = 0,06 \cdot A_1 \cdot v_{\text{max}} \quad \text{l/min}$$

$$Q_N = Q \sqrt{\frac{35}{p_S - p_1}} \quad \text{l/min}$$

Auswahl eines Servoventils 10% größer als der berechnete Nennvolumenstrom.

Berechnung:

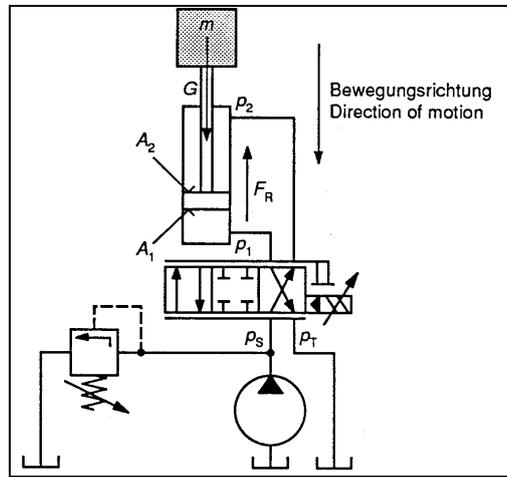
$$p_1 = \frac{175 \cdot 61,3 + 1,3^2 [-2225 + (0 \cdot 61,3)]}{61,3(1 + 1,3^3)} = 36 \text{ bar}$$

$$p_2 = 0 + \frac{175 - 36}{1,3^2} = 82 \text{ bar}$$

$$Q = 0,06 \cdot 81,3 \cdot 12,7 = 62 \text{ l/min}$$

$$Q_N = 62 \sqrt{\frac{35}{175 - 36}} = 31 \text{ l/min}$$

Differentialzylinder einfahrend mit negativer Last



Auslegung:

$$F_T = F_a + F_R - G \quad [\text{daN}]$$

Gegebene Parameter

$$F_T = -4450 \text{ daN}$$

$$P_S = 210 \text{ bar}$$

$$P_T = 0 \text{ bar}$$

$$A_1 = 81,3 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 61,3 \text{ cm}^2$$

$$\varphi = 1,3$$

$$v_{\text{max}} = 25,4 \text{ cm/s}$$

$$\Rightarrow p_1 \text{ und } p_2$$

$$p_2 = \frac{(p_S A_2 \varphi^3) + F_T + (p_T A_2 \varphi)}{A_2 (1 + \varphi^3)} \text{ bar}$$

$$p_1 = p_T + [(p_S - p_2) \varphi^2] \text{ bar}$$

Überprüfung der Zylinderdimensionierung und Berechnung des Nennvolumenstromes Q_N , in Abhängigkeit des Lastdruckes p_1 .

$$Q = 0,06 \cdot A_2 \cdot v_{\text{max}} \quad \text{l/min}$$

$$Q_N = Q \sqrt{\frac{35}{p_S - p_2}} \quad \text{l/min}$$

Auswahl eines Servoventils 10% größer als der berechnete Nennvolumenstrom.

Berechnung:

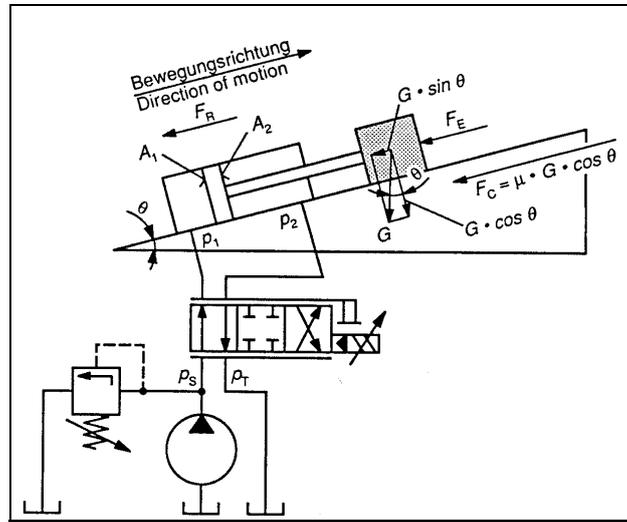
$$p_2 = \frac{(210 \cdot 61,3 + 1,3^2) - 4450 + (0 \cdot 61,3 \cdot 1,3)}{61,3(1 + 1,3^3)} = 122 \text{ bar}$$

$$p_1 = 0 + [(210 - 122)] = 149 \text{ bar}$$

$$Q = 0,06 \cdot 61,3 \cdot 25,4 = 93 \text{ l/min}$$

$$Q_N = 93 \sqrt{\frac{35}{210 - 122}} = 591 \text{ l/min}$$

Differentialzylinder ausfahrend auf einer schiefen Ebene mit positiver Last



Auslegung:

$$F_T = F_a + F_E + F_S + [G \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)] \text{ daN}$$

Gegebene Parameter

$$F_T = 2225 \text{ daN}$$

$$P_S = 140 \text{ bar}$$

$$P_T = 3,5 \text{ bar}$$

$$A_1 = 31,6 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 19,9 \text{ cm}^2$$

$$\varphi = 1,6$$

$$v_{\max} = 12,7 \text{ cm/s}$$

$$\Rightarrow p_1 \text{ und } p_2$$

$$p_1 = \frac{p_s A_2 + \varphi^2 [F + (p_t A_2)]}{A_2 (1 + \varphi^3)} \text{ bar}$$

$$p_2 = p_t + \frac{p_s - p_1}{\varphi^2} \text{ bar}$$

Überprüfung der Zylinderdimensionierung und Berechnung des Nennvolumenstromes Q_N , in Abhängigkeit des Lastdruckes p_1 .

$$Q = 0,06 \cdot A_1 \cdot v_{\max} \text{ l/min}$$

$$Q_N = Q \sqrt{\frac{35}{p_s - p_1}} \text{ l/min}$$

Auswahl eines Servoventils 10% größer als der berechnete Nennvolumenstrom.

Berechnung:

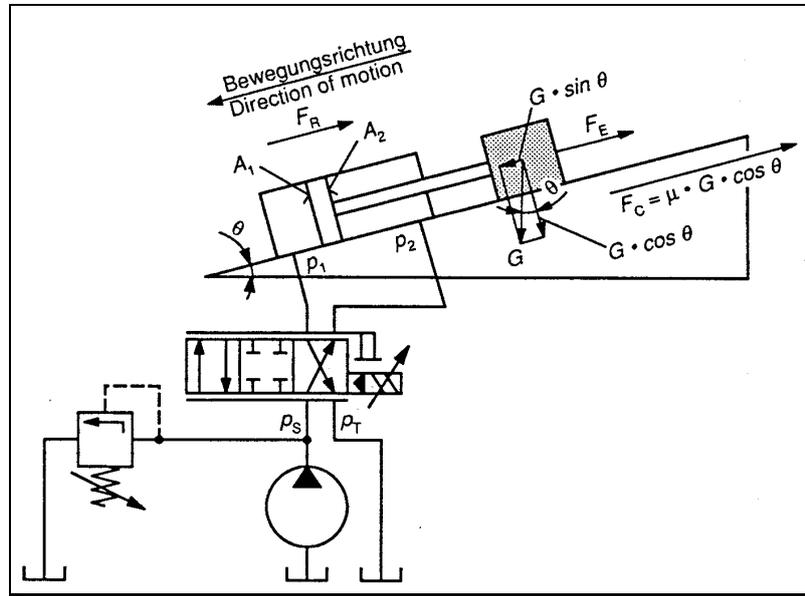
$$p_1 = \frac{(140 \cdot 19,9) + 1,6^2 [2225 + (3,5 \cdot 19,9)]}{19,9(1 + 1,6^3)} = 85 \text{ bar}$$

$$p_2 = 35 + \frac{140 - 85}{1,6^2} = 25 \text{ bar}$$

$$Q = 0,06 \cdot 31,6 \cdot 12,7 = 24 \text{ l/min}$$

$$Q_N = 24 \sqrt{\frac{35}{140 - 85}} = 19 \text{ l/min}$$

Differentialzylinder einfahrend auf einer schiefen Ebene mit positiver Last



Auslegung:

$$F_T = F_a + F_E + F_S + [G \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)] \text{ daN}$$

Gegebene Parameter

$$F_T = 1780 \text{ daN}$$

$$P_S = 140 \text{ bar}$$

$$P_T = 3,5 \text{ bar}$$

$$A_1 = 31,6 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 19,9 \text{ cm}^2$$

$$\varphi = 1,6$$

$$v_{\max} = 12,7 \text{ cm/s}$$

$$\Rightarrow p_1 \text{ und } p_2$$

$$p_2 = \frac{(p_S \cdot A_2 \varphi^3) + F + (p_T \cdot A_2 \varphi)}{A_2 (1 + \varphi^3)} \text{ bar}$$

$$p_1 = p_T + [(p_S - p_2) \varphi^2] \text{ bar}$$

Überprüfung der Zylinderdimensionierung und Berechnung des Nennvolumenstromes Q_N , in Abhängigkeit des Lastdruckes p_1 .

$$Q = 0,06 \cdot A_2 \cdot v_{\max} \text{ l/min}$$

$$Q_N = Q \sqrt{\frac{35}{p_S - p_2}} \text{ l/min}$$

Auswahl eines Servoventils 10% größer als der berechnete Nennvolumenstrom.

Berechnung:

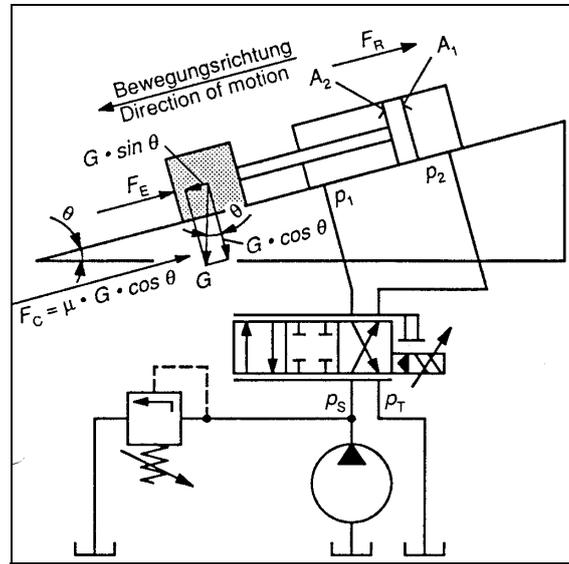
$$p_2 = \frac{(140 \cdot 19,9 \cdot 1,6^3) + 1780 + [3,5 \cdot 19,9 \cdot 1,6]}{19,9(1 + 1,6^3)} = 131 \text{ bar}$$

$$p_1 = 3,5 + [(140 - 131) \cdot 1,6^2] = 26 \text{ bar}$$

$$Q = 0,06 \cdot 19,9 \cdot 12,7 = 15 \text{ l/min}$$

$$Q_N = 15 \sqrt{\frac{35}{140 - 131}} = 30 \text{ l/min}$$

Differentialzylinder ausfahrend auf einer schiefen Ebene mit negativer Last



Auslegung:

$$F_T = F_a + F_E + F_R + [G \cdot (\mu \cdot \cos \alpha - \sin \alpha)] \text{ daN}$$

Gegebene Parameter

$$F_T = -6675 \text{ daN}$$

$$P_S = 210 \text{ bar}$$

$$P_T = 0 \text{ bar}$$

$$A_1 = 53,5 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 38,1 \text{ cm}^2$$

$$\varphi = 1,4$$

$$v_{\max} = 25,4 \text{ cm/s}$$

$$\Rightarrow p_1 \text{ und } p_2$$

$$p_1 = \frac{p_S A_2 + \varphi^2 [F + (p_T A_2)]}{A_2 (1 + \varphi^3)} \text{ bar}$$

$$p_2 = p_T + \frac{p_S - p_1}{\varphi^2} \text{ bar}$$

Überprüfung der Zylinderdimensionierung und Berechnung des Nennvolumenstromes Q_N , in Abhängigkeit des Lastdruckes p_1 .

$$Q = 0,06 \cdot A_1 \cdot v_{\max} \text{ l/min}$$

$$Q_N = Q \sqrt{\frac{35}{p_S - p_1}} \text{ l/min}$$

Auswahl eines Servoventils 10% größer als der berechnete Nennvolumenstrom.

Berechnung:

$$p_1 = \frac{(210 \cdot 106) + 1,2^2 [-6675 + (0 \cdot 106)]}{106(1 + 1,4^3)} = 131 \text{ bar}$$

Vorsicht!!!

Negative Belastung führt zu Zylinderkavitation. Vorgegebene Parameter durch Erhöhung der Zylinder-Nenngröße, oder des Systemdrucks, oder Reduzierung der erforderlichen Gesamtkraft verändern.

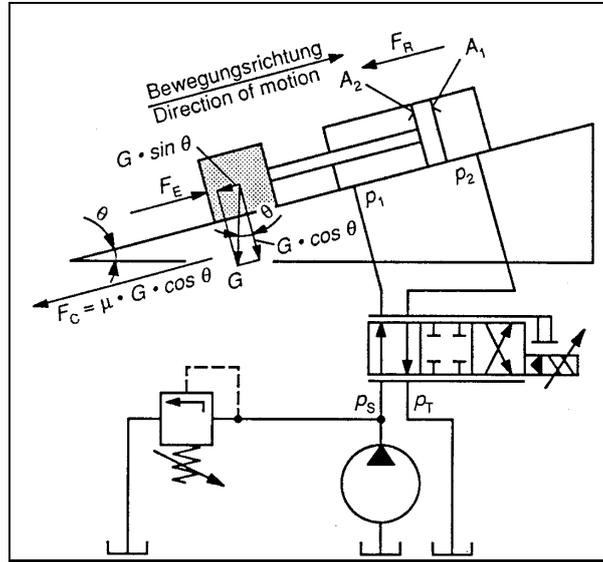
$$A_1 = 126 \text{ cm}^2 \quad A_2 = 106 \text{ cm}^2 \quad R = 1,2$$

$$p_2 = \frac{210 - 44}{1,2^2} = 116 \text{ bar}$$

$$Q = 0,06 \cdot 126 \cdot 25,4 = 192 \text{ l/min}$$

$$Q_N = 192 \sqrt{\frac{35}{210 - 44}} = 88 \text{ l/min}$$

Differentialzylinder einfahrend auf einer schiefen Ebene mit negativer Last



Auslegung:

$$F = F_a + F_E + F_R + [G \cdot (\mu \cdot \cos \alpha - \sin \alpha)] \text{ daN}$$

Gegebene Parameter

- F = -6675 daN
- $P_S = 210 \text{ bar}$
- $P_T = 0 \text{ bar}$
- $A_1 = 53,5 \text{ cm}^2$
- $A_2 = 38,1 \text{ cm}^2$
- $\varphi = 1,4$
- $v_{\max} = 25,4 \text{ cm/s}$
- ==> p_1 und p_2

$$p_2 = \frac{(p_s A_2 \varphi^3) + F + (p_T A_2 \varphi)}{A_2 (1 + \varphi^3)} \text{ bar}$$

$$p_1 = p_T + [(p_s - p_2) \varphi^2] \text{ bar}$$

Überprüfung der Zylinderdimensionierung und Berechnung des Nennvolumenstromes Q_N , in Abhängigkeit des Lastdruckes p_2 .

$$Q = 0,06 \cdot A_2 \cdot v_{\max} \text{ l/min}$$

$$Q_N = Q \sqrt{\frac{35}{p_s - p_2}} \text{ l/min}$$

Auswahl eines Servoventils 10% größer als der berechnete Nennvolumenstrom.

Berechnung:

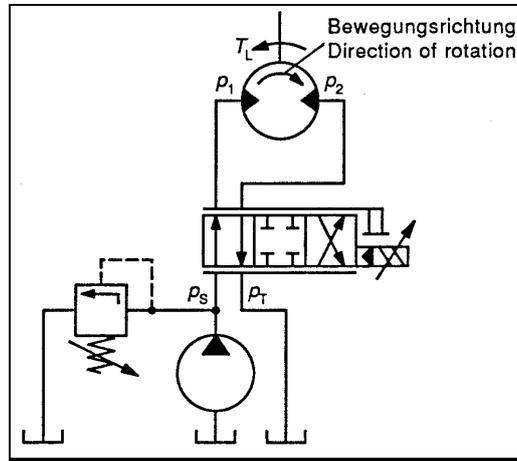
$$p_2 = \frac{(210 \cdot 38,1 \cdot 1,4^3) + [-6675 + (0 \cdot 38,1 \cdot 1,4)]}{38,1(1 + 1,4^3)} = 107 \text{ bar}$$

$$p_1 = 0 + [(210 - 107) \cdot 1,4^2] = 202 \text{ bar}$$

$$Q = 0,06 \cdot 38,1 \cdot 25,4 = 58 \text{ l/min}$$

$$Q_N = 58 \sqrt{\frac{35}{210 - 107}} = 34 \text{ l/min}$$

Hydraulikmotor mit einer positiven Last



Auslegung:

$$T = \alpha \cdot J + T_L \quad [\text{Nm}]$$

Gegebene Parameter

$$T = 56,5 \text{ Nm}$$

$$p_s = 210 \text{ bar}$$

$$p_T = 0 \text{ bar}$$

$$D_M = 82 \text{ cm}^3/\text{rad}$$

$$\omega_M = 10 \text{ rad/s}$$

==> p_1 und p_2

$$p_1 = \frac{p_s + p_T}{2} + \frac{10\pi T}{D_M} \text{ bar}$$

$$p_2 = p_s - p_1 + p_T \text{ bar}$$

Überprüfung der Zylinderdimensionierung und Berechnung des Nennvolumenstromes Q_N , in Abhängigkeit des Lastdruckes p_1 .

$$Q_M = 0,01 \cdot \omega_M \cdot D_M \quad \text{l/min}$$

$$Q_N = Q_M \sqrt{\frac{35}{p_s - p_1}} \quad \text{l/min}$$

Auswahl eines Servoventils 10% größer als der berechnete Nennvolumenstrom.

Berechnung:

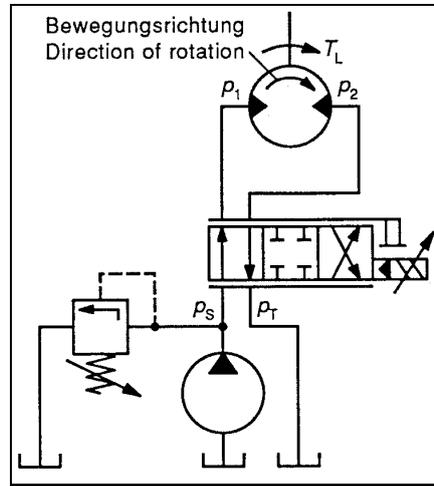
$$p_1 = \frac{210 + 0}{2} + \frac{10 \cdot \pi \cdot 56,5}{82} = 127 \text{ bar}$$

$$p_2 = 210 - 127 + 0 = 83 \text{ bar}$$

$$Q_M = 0,01 \cdot 10 \cdot 82 = 8,2 \text{ l/min}$$

$$Q_N = 8,2 \sqrt{\frac{35}{210 - 127}} = 5,3 \text{ l/min}$$

Hydraulikmotor mit einer negativen Last



Auslegung:

$$T = \alpha \cdot J \cdot T_L \quad [\text{Nm}]$$

Gegebene Parameter

$$T = -170 \text{ Nm}$$

$$p_s = 210 \text{ bar}$$

$$p_T = 0 \text{ bar}$$

$$D_M = 82 \text{ cm}^3/\text{rad}$$

$$\omega_M = 10 \text{ rad/s}$$

==> p_1 und p_2

$$p_1 = \frac{p_s + p_T}{2} + \frac{10\pi T}{D_M} \text{ bar}$$

$$p_2 = p_s - p_1 + p_T \text{ bar}$$

Überprüfung der Zylinderdimensionierung und Berechnung des Nennvolumenstromes Q_N , in Abhängigkeit des Lastdruckes p_1 .

$$Q_M = 0,01 \cdot \omega_M \cdot D_M \quad \text{l/min}$$

$$Q_N = Q_M \sqrt{\frac{35}{p_s - p_1}} \quad \text{l/min}$$

Auswahl eines Servoventils 10% größer als der berechnete Nennvolumenstrom.

Berechnung:

$$p_1 = \frac{210 + 0}{2} + \frac{10 \cdot \pi \cdot (-170)}{82} = 40 \text{ bar}$$

$$p_2 = 210 - 40 + 0 = 170 \text{ bar}$$

$$Q_M = 0,01 \cdot 10 \cdot 82 = 8,2 \text{ l/min}$$

$$Q_N = 8,2 \sqrt{\frac{35}{210 - 40}} = 3,6 \text{ l/min}$$

Ermittlung der reduzierten Massen verschiedene Systemen

Für die Auslegung der benötigten Kräfte eines Hydrauliksystems muss man die verschiedene Komponenten (Zylinder / Motoren ...) dimensionieren, damit die Beschleunigung, Bremsen einer Masse richtig und gezielt erfolgt.

Durch die Mechanik des Systems werden die Hübe der Zylinder und Motoren bestimmt.

Geschwindigkeit- und Kraftberechnungen müssen durchgeführt werden.

Durch die Festlegung der reduzierten Masse eines Systems können Aussagen über die Beschleunigung und deren Auswirkung auf das System getroffen werden.

Die reduzierte Masse (M) ist eine Punktmasse, die die gleichen Kräfte- und Beschleunigungskomponenten auf das richtige System ausübt, wie die normale Masse.

Für rotatorische Systeme ist die reduzierte Trägheitsmoment (I_e) zu betrachten.

Bei Überlegungen mit Weg-Meßsysteme oder Anwendungen mit Abbremsen einer Masse muß zuerst die reduzierte Masse festgelegt werden!

Für die Bestimmung der Beschleunigungskräfte verwendet man die 2. Newtonsche Grundgesetz.

$$F = m \cdot a$$

F = Kraft [N]

m = Masse [kg]

a = Beschleunigung [m/s^2]



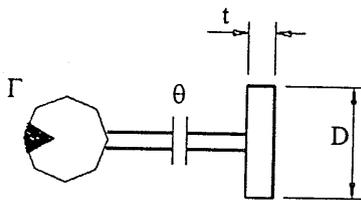
Für rotatorische Bewegungen verwendet man die folgende Gleichung.

$$\Gamma = I \cdot \theta''$$

Γ = Drehmoment [Nm]

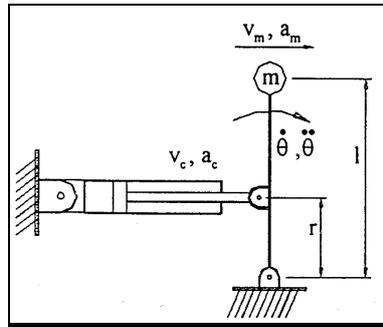
I = Trägheitsmoment [kgm^2]

θ'' = Winkelbeschleunigung [rad/s^2]



Lineare Antriebe

Primäranwendungen (Energimethode)



Die Masse m ist eine Punktmasse und die Stange l ist gewichtslos. Die Zylinderachse ist rechtwinklig zu der Stange l .

Beziehungen zwischen Zylinder und Stange lauten:

$$\theta' = \frac{v_c}{r} = \frac{v_m}{l}$$

$$\theta'' = \frac{a_c}{r} = \frac{a_m}{l}$$

Benötigte Drehmoment für die Beschleunigung der Masse.

$$\Gamma = I X \theta'' = F \cdot r$$

$$= m \cdot l^2 X \theta''$$

$$I = m \cdot l^2$$

$$= m \cdot l^2 X \frac{a_m}{l}$$

$$\theta'' = \frac{a_m}{l}$$

$$= m \cdot l X a_m$$

$$\Rightarrow F = \frac{m \cdot l \cdot a_m}{r} = m \cdot i \cdot a_m$$

$$i = \frac{l}{r}$$

$m \cdot i$ kann als Bewegung der Masse m betrachtet werden.

$$F = m \cdot i \cdot a_m = m \cdot i \cdot \frac{l \cdot a_c}{r} = m \cdot i^2 \cdot a_c = M \cdot a_c \quad \text{mit} \quad \frac{a_c}{r} = \frac{a_m}{l}$$

F = Zylinderkraft

M = reduzierte Masse

a_c = Beschleunigung der Zylinderstange

Allgemein gilt:

$$M = m \cdot i^2$$

Das gleiche Ergebnis kann mit Hilfe der Energimethode (kinetische Energie der Masse m) erzielt werden. Die Abhängigkeit der Massenbewegung mit der Zylinderbewegung kann mit Hilfe der Geometrie des Systems bestimmt werden.

Energie der Masse:

$$KE = \frac{1}{2} I \cdot \theta'^2 = \frac{1}{2} m \cdot l^2 \cdot \theta'^2$$

$$(I = m \cdot l^2)$$

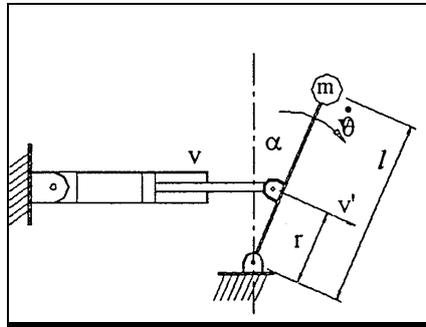
Formelsammlung Hydraulik

$$= \frac{1}{2} m \cdot l^2 \cdot \left(\frac{v_c}{r} \right)^2 \quad (v_c = r \cdot \theta')$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot \frac{l^2}{r^2} \cdot v_c^2$$

$$= \frac{1}{2} M \cdot v_c^2 \quad M = m \cdot i^2 \quad \text{und} \quad i = l/r$$

Punktmasse bei linearen Bewegungen



v ist die Horizontalkomponente von v' . v' ist rechtwinklig zu der Stange l .

Energiemethode:

$$\begin{aligned} KE &= \frac{1}{2} I \cdot \theta'^2 = \frac{1}{2} m \cdot l^2 \cdot \theta'^2 \\ &= \frac{1}{2} m \cdot l^2 \cdot \left(\frac{v'}{r} \right)^2 && (\theta' = v'/r) \\ &= \frac{1}{2} m \cdot \frac{l^2}{r^2} \cdot v'^2 \\ &= \frac{1}{2} m \cdot i^2 \cdot v'^2 \end{aligned}$$

mit $v = v' \cdot \cos \alpha$

$$\begin{aligned} \Rightarrow KE &= \frac{1}{2} m \cdot i^2 \cdot v'^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{m \cdot i^2}{(\cos \alpha)^2} \cdot v^2 = \frac{1}{2} M \cdot v^2 \end{aligned}$$

mit $M = m \frac{i^2}{(\cos \alpha)^2} \Rightarrow M$ ist Positionsabhängig

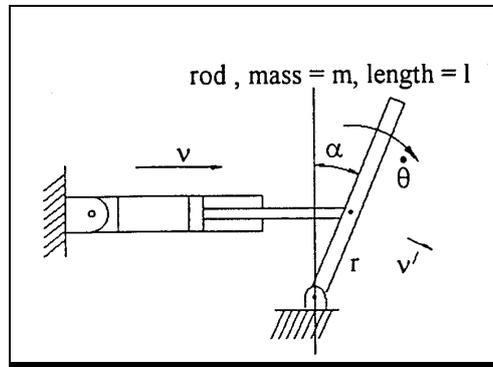
Wenn: $\alpha = 0$ dann, $\cos \alpha = 1$ und $M = m i^2$

$\alpha = 90^\circ$ dann, $\cos \alpha = 0$ und $M = \infty$

$\alpha = 30^\circ$ dann, $\cos \alpha = \pm 0,866$ und $M_{\alpha} = m \frac{i^2}{0,75}$

Wenn ein Zylinder eine Masse wie im vorherigen Bild bewegt, und die Bewegung zwischen -30° und $+30^\circ$ ist, müssen die Beschleunigungs- und Abbremskräfte im Drehpunkt mit reduzierte Masse, die zwei mal größer ist als im neutralen Punkt gerechnet werden.

Verteilte Masse bei lineare Bewegungen



Betrachtet man die gleiche Stange l mit der Masse m kann man auch hier die reduzierte Masse der Stange berechnen.

$$KE = \frac{1}{2} I \cdot \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} X \cdot \frac{1}{3} m \cdot l^2 \cdot \dot{\theta}^2 \quad \frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2$$

$$= \frac{1}{2} X \cdot \frac{1}{3} m \cdot l^2 \cdot \left(\frac{v'}{r} \right)^2 \quad (\dot{\theta} = v'/r)$$

$$= \frac{1}{2} X \cdot \frac{1}{3} m \cdot \frac{l^2}{r^2} \cdot v'^2$$

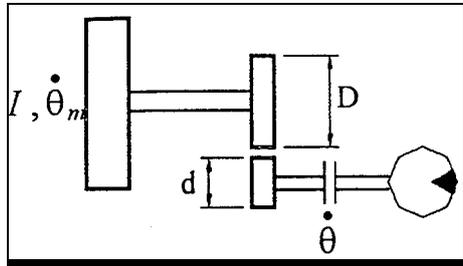
$$= \frac{1}{2} X \cdot \frac{1}{3} m \cdot i^2 \cdot v'^2$$

mit $v = v' \cdot \cos \alpha$

$$= \frac{1}{2} X \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{m \cdot i^2}{(\cos \alpha)^2} \cdot v^2 = \frac{1}{3} \cdot M \cdot v^2$$

$$M = \frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot i^2}{(\cos \alpha)^2}$$

Rotation



Betrachtet man nun eine rotierende Masse mit einem Trägheitsmoment I , angetrieben mit einem Motor (Verhältnis D/d).

$$KE = \frac{1}{2} I \cdot \theta'^2_m = \frac{1}{2} I \cdot \left(\theta' \cdot \frac{D}{d} \right)^2$$

I = Trägheitsmoment [kgm²]

$$= \frac{1}{2} I \cdot \left(\frac{d}{D} \right)^2 \cdot \theta'^2$$

θ' = Winkelbeschleunigung [rad/s²]

$$= \frac{1}{2} I \cdot i^2 \cdot \theta'^2$$

$$= \frac{1}{2} I_e \cdot \theta'^2$$

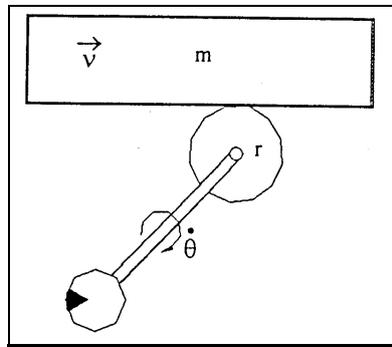
$$I_e = I \cdot i^2$$

$$i = d/D$$

Wenn Getriebe eingesetzt werden muß i berücksichtigt werden.

Wenn $i = D/d$ dann ist $I_e = I/i^2$

Kombination aus linearer und rotatorischer Bewegung



Eine Masse m wird hier mit einem Rad mit dem Radius r bewegt. Das Rad ist gewichtslos.

$$KE = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot (r \cdot \dot{\theta})^2$$

$$v = r \cdot \dot{\theta}$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot r^2 \cdot \dot{\theta}^2$$

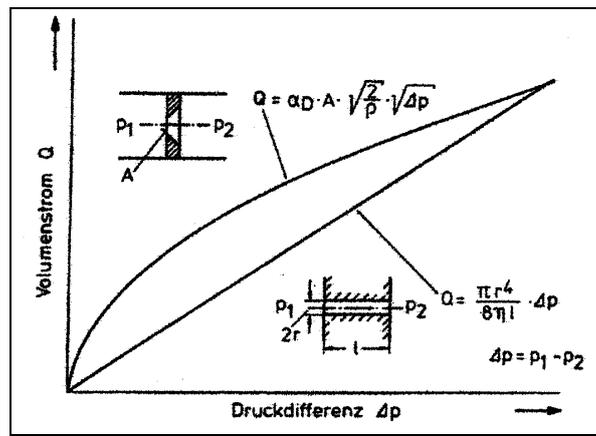
$$= \frac{1}{2} I_e \cdot \dot{\theta}^2$$

$$I_e = m \cdot r^2$$

Hydraulische Widerstände

Der Widerstand einer Querschnittsverengung ist die Änderung des anliegenden Druckunterschiedes Δp zur entsprechenden Volumenstromänderung.

$$R = \frac{d(\Delta p)}{dQ}$$



Blendengleichung

$$Q_{Blende} = 0,6 \cdot \alpha_K \cdot \frac{d_B^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}$$

α_K = Durchflusszahl (0,6-0,8)

ρ = 0,88 [kg/dm³]

d_B = Blendendurchmesser [mm]

Δp = Druckdifferenz [bar]

Q_{Blende} = [l/min]

Drosselgleichung

$$Q_{Drossel} = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot (p_1 - p_2)$$

$$\eta = \rho \cdot \nu$$

$Q_{Drossel}$ = [m³/s]

η = Dynamische Viskosität [kg/ms]

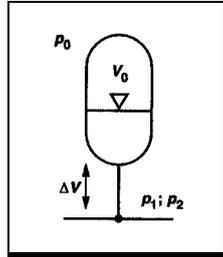
l = Drossellänge [m]

r = Radius [m]

ν = kinematische Viskosität [m²/s]

ρ = 880 [kg/m³]

Hydrospeicher



$$\Delta V = V_0 \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right]$$

$$p_2 = \frac{p_1}{\left[1 - \frac{\Delta V}{V_0 \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}}} \right]^{\kappa}}$$

$$V_0 = \frac{\Delta V}{\left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right]}$$

$\kappa = 1,4$ (adiabatische Verdichtung)

ΔV = Nutzvolumen [l]

V_0 = Speichergröße [l]

p_0 = Gasfülldruck [bar]

p_1 = Betriebsdruck min [bar] (Druckabfall am Ventil)

p_2 = Betriebsdruck max [bar]

$$p_0 = <0,9 \cdot p_1$$

Bei druckgeregelte Pumpen ein Speicher im

Druckkreislauf vorsehen!

Schwenkzeit der Pumpe t_{SA} aus Pumpenkatalog.

$$\Delta V = Q \cdot t_{SA}$$

Wärmetauscher (Öl-Wasser)

$$ETD = t_{\text{öl}} - t_{\text{K}}$$

$$p_{01} = \frac{P_{\text{V}}}{ETD}$$

$$\Delta t_{\text{K}} = \frac{14 \cdot P_{\text{V}}}{V_{\text{K}}}$$

Berechnung von $\Delta t_{\text{öl}}$ ist je nach Druckflüssigkeit verschieden.

$V_{\text{öl}}$ = Ölstrom [l/min]

P_{V} = Verlustleistung [kW]

$t_{\text{öl}}$ = Eintrittstemperatur Öl [°C]

$\Delta t_{\text{öl}}$ = Abkühlung des Öls [K]

t_{K} = Eintrittstemperatur Kühlwasser [°C]

Δt_{K} = Erwärmung des Kühlwassers [K]

V_{K} = Kühlwasserstrom [l/min]

ETD = Eintritts-Temperatur-Differenz [K]

p_{01} = spez. Kühlleistung [kW/h]

HFA

$$\Delta t_{\text{öl}} = \frac{14,7 \cdot P_{\text{V}}}{V_{\text{öl}}}$$

HLP/HFD

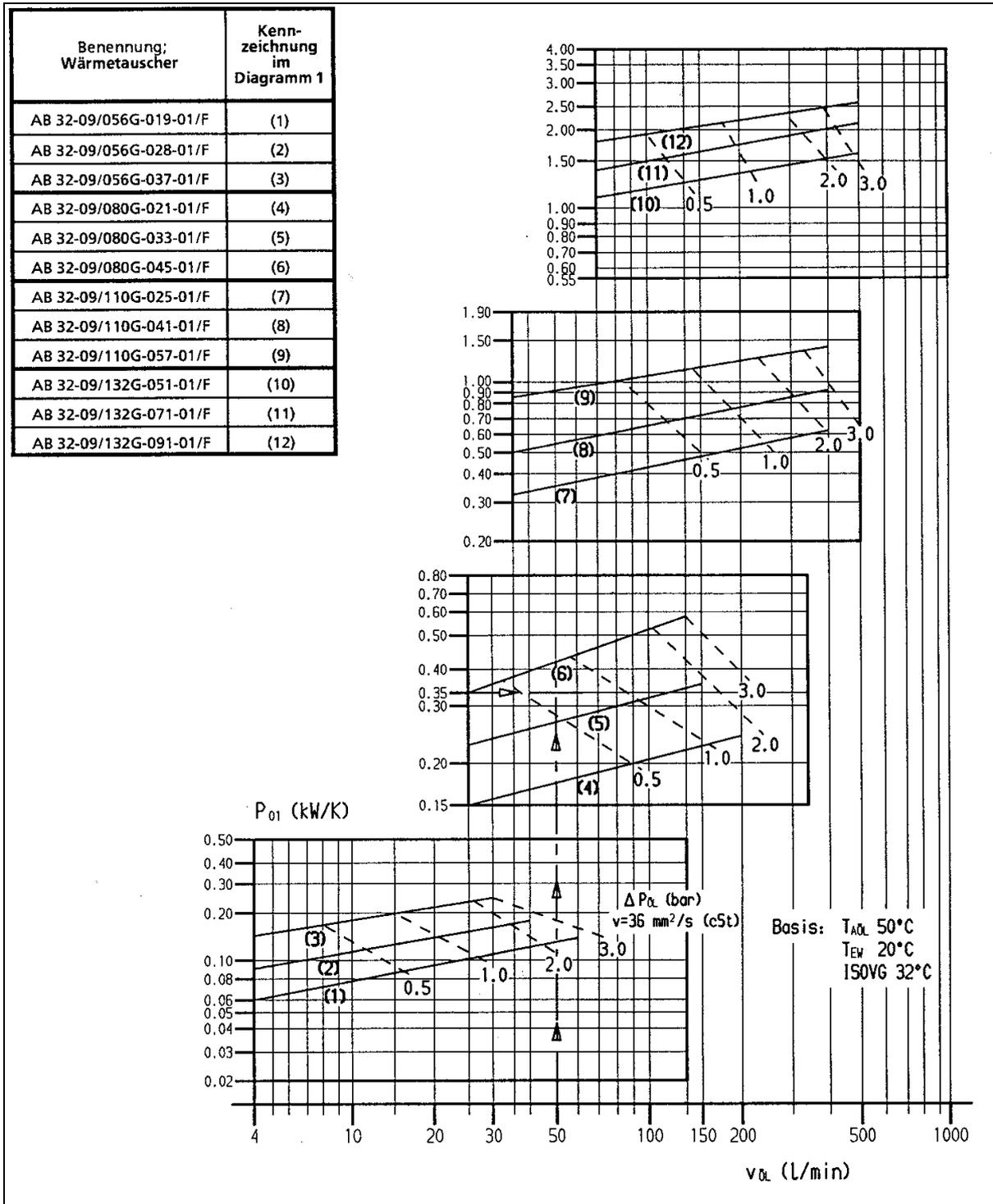
$$\Delta t_{\text{öl}} = \frac{36 \cdot P_{\text{V}}}{V_{\text{öl}}}$$

HFC

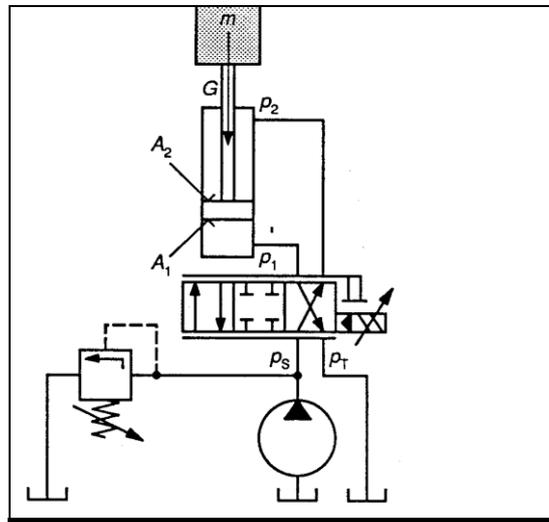
$$\Delta t_{\text{öl}} = \frac{17,2 \cdot P_{\text{V}}}{V_{\text{öl}}}$$

Aus dem errechneten Wert p_{01} kann man aus Diagrammen der verschiedenen Hersteller die Nenngroße der Wärmetauscher bestimmen.

Beispiel AB-Normen:



Auslegung eines Ventils



Aus den Zylinderdaten und den Ein- und Ausfahrgeschwindigkeiten lässt sich der erforderliche Volumenstrom berechnen.

$P = P_S \text{ Systemdr.} - P_L \text{ Lastdr.} - P_T \text{ Rücklaufdr.}$

(Lastdruck $\approx \frac{2}{3} \cdot \text{Systemdruck}$)

Bei optimalen Wirkungsgrad.

$F_T = \text{Lastkraft [daN]}$

$P_S = \text{Systemdruck [bar]}$

$P_T = \text{Rücklaufdruck [bar]}$

$A_1 = \text{Kolbenfläche cm}^2$

$A_2 = \text{Ringfläche cm}^2$

$\varphi = \text{Flächenverhältniss Zylinder}$

$v_{\max} = \text{Ausfahrgeschwindigkeit des Zylinders cm/s}$

→ p_1 und p_2

$$p_2 = \frac{(p_S A_2 \varphi^3) + F_T + (p_T A_2 \varphi)}{A_2 (1 + \varphi^3)} \text{ bar}$$

$$p_1 = p_T + [(p_S - p_2) \varphi^2] \text{ bar}$$

Überprüfung der Zylinderdimensionierung und Berechnung des Nennvolumenstromes Q_N , in Abhängigkeit des Lastdruckes p_1 .

$$Q = 0,06 \cdot A_2 \cdot v_{\max} \text{ l/min}$$

$$Q_N = Q \sqrt{\frac{X}{p_S - p_2}} \text{ l/min}$$

$X = 35$ (Servoventil) Druckabfall über eine Steuerkante

$X = 35$ (Propventil) Druckabfall über eine Steuerkante
(Propventil mit Hülse)

$X = 5$ (Propventil) Druckabfall über eine Steuerkante
(Propventil ohne Hülse)

Auswahl eines Ventils 10% größer als der berechnete Nennvolumenstrom.